Оптический журнал

Расчёт, проектирование и производство оптических систем

УДК 535.36

Регуляризованная параметрическая модель индикатрисы коэффициента яркости шероховатой поверхности

 Л. В. Лабунец, доктор техн. наук; **А.Б. Борзов**, доктор техн. наук; **И. М. Ахметов**, аспирант

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва

E-mail: labunets@bmstu.ru

Поступила в редакцию 14.06.2019

DOI:10.17586/1023-5086-2019-86-10-20-29

На основе результатов гониоспектрофотометрических измерений предложены физически обоснованные математические модели пространственных индикатрис силы света и коэффициента яркости для покрытий конструкционных материалов. Модели адекватно описывают основные закономерности рассеяния оптического излучения шероховатой поверхностью в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах спектра электромагнитных волн и не требуют значительных вычислительных затрат. Получены регуляризованные регрессионные зависимости для параметров модели индикатрисы силы света от косинуса угла падения лучистого потока.

Ключевые слова: *математическое моделирование, индикатриса, коэффициент яркости, рассеяние оптического излучения, шероховатая поверхность, гониоспектрофотометр, принцип регуляризации.*

Коды OCIS: *290.5825, 290.5880.*

ВВЕДЕНИЕ

Результаты экспериментальных и теоретических исследований индикатрис рассеяния оптического излучения различными техническими и биологическими объектами нашли широкое применение в компьютерной графике при синтезе фотореалистичных изображений, в технологии изготовления волоконных световодов при оценке их качества, в колорометрических измерениях интенсивности окраски дисперсных сред, в медицине для оценки физиологического состояния испытуемых. В этом, далеко неполном, списке предметных областей математическое описание отражательных характеристик образцов покрытий конструкционных материалов является важным этапом создания аппаратно-программных комплексов имитационного цифрового моделирования изображений 3D объектов и входных сигналов в оптико-электронных локационных системах различного назначения [1].

Для исследования индикатрис отражения света шероховатыми поверхностями и светорассеивающими средами широко применяют фотометрические методы. Комплексы установок для проведения гониоспектрофотометрических измерений разработаны Гуревичем [2], Топорцом [3, 4], Непогодиным [5], Торрансом, Спарроу и Биркебаком [6]. Экспериментальные данные, полученные с помощью таких информационно-измерительных систем, позволяют сформировать физически обоснованную структуру математической модели для индикатрисы коэффициента яркости образца покрытия.

Применительно к задачам компьютерной графики [7, 8] и машинного зрения [9] предложено большое количество математических моделей индикатрис рассеяния оптического излучения шероховатыми поверхностями. В фундаментальной монографии [10] представлено подробное исследование индикатрис рассеяния электромагнитных и акустических волн шероховатыми поверхностями. Важно отметить, что модели фотометрических характеристик покрытий должны обеспечивать рациональный компромисс между адекватным описанием основных физических закономерностей трансформации пространственной индикатрисы в зависимости от условий облучения и наблюдения и, вместе с тем, достаточно небольшим объемом вычислительных затрат. Это требование позволяет моделям эффективно функционировать в составе комплексов имитационного цифрового моделирования входных сигналов оптических локационных систем.

В работе [1] представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований индикатрис рассеяния оптического излучения образцами покрытий конструкционных материалов. В частности, проанализированы характерные особенности поведения индикатрис в зависимости от углов падения и наблюдения лучистого потока, степени его поляризации и шероховатости покрытия. Измерения, выполненные в видимом и ближнем инфракрасном спектральных диапазонах с помощью прецизионного гониоспектрофотометра, позволили идентифицировать наличие диффузно- и направленно-рассеянных составляющих индикатрис образцов. Напротив, зеркальная (когерентная) составляющая отсутствует, что согласуется с критерием Рэлея её появления [4]. Обнаруженные закономерности позволили в рамках рассмотренного выше экспериментально-теоретического подхода обосновать выбор лучевой модели Бугера для аппроксимации направленно-рассеянной компоненты индикатрисы и Ламберта для её диффузной составляющей [1, с. 18].

Многолетняя практика имитационного цифрового моделирования входных сигналов оптико-электронных локационных систем [11–13] продемонстрировала наличие значимых ошибок аппроксимации экспериментальных данных фотометрических характеристик для определенных типов покрытий конструкционных материалов. Целью данной работы является устранение указанного недостатка в рамках модифицированной параметрической модели индикатрисы рассеяния оптического излучения шероховатой поверхностью.

1. СТРУКТУРА МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ИНДИКАТРИСЫ

Детальный анализ базы данных экспериментальных s- и p- поляризационных компонент индикатрис рассеяния оптического излучения различными типами покрытий конструкционных материалов в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах спектра позволил выявить основные источники значимых ошибок аппроксимации, а именно:

• грубое приближение диффузно-рассеянной составляющей моделью Ламберта;

• инвариантность параметров модели к углу падения лучистого потока.

Иными словами, попытка корректного описания сложной физической закономерности, скрытой в данных чрезмерно малым количеством параметров в ряде случаев не оправдана. Последующий анализ наглядно продемонстрировал адекватность экспериментальным данным, полученных в результате гониоспектрофотометрических измерений [1], следующей модификации фацетной модели Бугера–Ламберта для индикатрис силы света

$$I_{\text{rel}}(\psi,\theta,\varphi)=\frac{I(\psi,\theta,\varphi)}{I(\psi,-\psi,0)}= \\ =w_B S(\alpha_B,\sigma_B)\frac{R(\gamma_B)}{R(0)}\frac{P(\psi_B,\theta,\varphi)}{\cos\psi_B}+ \\ +w_D S_{(+)}(\theta_D,\sigma_D) \tag{1}$$

и коэффициента яркости соответственно

$$r(\psi,\theta,\varphi)=I_{\text{rel}}(\psi,\theta,\varphi)/\cos\theta. \tag{2}$$

Здесь $0\le\psi\le\pi/2$ — угол падения лучистого потока на образец (рис. 1); $-\pi/2\le\theta\le\pi/2$ — полярный и $-\pi/2\le\varphi\le\pi/2$ — азимутальный углы направления измерения доли отражённого излучения.

Практика показала, что удобно исследовать абсолютные значения индикатрисы $I(\psi, \theta, \varphi)$, нормированные на величину силы света в направлении зеркального отражения $I(\psi, -\psi, 0)$.

Двухкомпонентная смесь (1), широко применяемых на практике экспериментально обоснованных аппроксимаций индикатрис, является достаточно гибкой моделью, поскольку описывает основные типы рассеяния оптического излучения покрытиями конструкционных материалов, а именно направленное, диффузное и обратное [14]. Веса w_B и w_D в правой части модели (1) определяют соотношение между направленно- и диффузно-рассеянными компонентами индикатрисы. Вместе с тем, необходимо отметить, что в модели отсутствует описание зеркальной (когерентной) составляющей рассеяния оптического излучения.

Мультипликативная структура направленно-рассеянной компоненты в соответствии с моделью Бугера с достаточной для практики точностью описывает процессы однократного отражения зондирующего излучения множеством микроплощадок, образующих шероховатую поверхность образца. Нормали фацетов случайным образом ориентированы в пространстве. Плотность распределения площадей микрограней в зависимости от ориентации их нормалей рационально описывать функцией

$$S(\alpha_B,\sigma_B)=\frac{\sigma_B^2\cos\alpha_B}{1+(\sigma_B^2-1)\cos^2\alpha_B},$$

$$\cos\alpha_B=\frac{\cos\psi_B+\cos\theta}{2\cos\gamma_B},$$

$$\cos\gamma_B = \sqrt{\frac{1+\cos\psi_B\cos\theta+\sin\psi_B\sin\theta\cos\varphi}{2}},$$

где σ_B — параметр масштаба распределения площадей микроплощадок, определяющий величину угловой расходимости направленно-рассеянной компоненты индикатрисы, т.е. характер отражения, а именно в случае:

- $\sigma_B \to 0$ — компонента моделирует отражение лучистого потока, стремящееся к зеркальному;
- $\sigma_B = 1$ — отражение является идеально диффузным;
- $\sigma_B >> 1$ — появляется явно выраженный максимум рассеянного излучения в направлении обратного отражения.

Отметим следующие важные отличия от лучевой модели Бугера, представленной в работе [14]. В тригонометрические равенства для расчёта полярного угла α для нормалей микроплощадок, зеркально отражающих долю падающего потока в направлении измерения (θ, φ), и угла «двухпозиционности» 2γ между направлениями облучения и наблюдения образца (рис. 1) введён параметр смещения $\Delta\psi$ для угла падения ψ, т.е. $\psi_B = \psi + \Delta\psi$.

Иными словами, $\Delta\psi$ учитывает эффект смещения максимума направленно-рассеянной компоненты индикатрисы относительно направления зеркального отражения, обусловленный результатом свёртки распределения $S(\alpha, \sigma_B)$ с дифракционной индикатрисой рассеяния излучения микроплощадкой шероховатой поверхности [15]. Упрощение состоит в замене дифракционной индикатрисы с конечной угловой расходимостью импульсной функцией Дирака. Такое приближение в соответствии с фильтрующим свойством δ-функции даёт оценку $S(\alpha_B, \sigma_B)$. В итоге, «эффективный» угол падения ψ_B приобретает смысл параметра положения для распределения площадей микрограней.

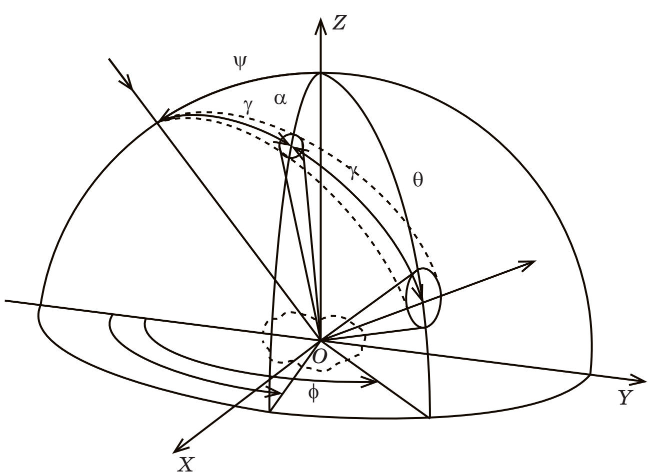

Рис. 1. Система координат гониофотометрических измерений.

2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОКРЫТИЯ

Поляризационные характеристики покрытия образца учитывает коэффициент отражения излучения микроплощадкой $R(\gamma_B)$. Величина $R(0)$ в модели (1) представляет собой значение коэффициент отражения микрогранью лучистого потока при его нормальном падении $\psi = 0°$. Для плоскополяризованного падающего пучка в приближении геометрической оптики оценка $R(\gamma_B)$ выражается через энергетические коэффициенты отражения света [16], т.е. квадраты модулей комплексных амплитудных коэффициентов отражения Френеля $|r_P(\gamma_B)|^2$ — для параллельной и $|r_S(\gamma_B)|^2$ — перпендикулярной поляризационных компонент излучения [1, с.19]

$$R(\gamma_B) = \frac{1}{2}\left\{\left|r_P(\gamma_B)\right|^2 + \left|r_S(\gamma_B)\right|^2\right\} + \\ + \frac{D_P}{2}\left\{\left|r_P(\gamma_B)\right|^2 - \left|r_S(\gamma_B)\right|^2\right\}\cos\left\{2(\xi-\beta)\right\},$$

$$\left|r_P(\gamma_B)\right|^2 = \left|r_S(\gamma_B)\right|^2 \frac{\left\{a_{(-)} - \sin\gamma_B \,\mathrm{tg}\gamma_B\right\}^2 + a_{(+)}^2}{\left\{a_{(-)} + \sin\gamma_B \,\mathrm{tg}\gamma_B\right\}^2 + a_{(+)}^2},$$

$$\left|r_S(\gamma_B)\right|^2 = \frac{\left\{a_{(-)} - \cos\gamma_B\right\}^2 + a_{(+)}^2}{\left\{a_{(-)} + \cos\gamma_B\right\}^2 + a_{(+)}^2},$$

$$a_{(\mp)} = \sqrt{\frac{1}{2}\left\{\begin{array}{c} n_\lambda^2 - \kappa_\lambda^2 \mp \sin^2\gamma_B + \\ + \sqrt{\left\{n_\lambda^2 - \kappa_\lambda^2 - \sin^2\gamma_B\right\}^2 + 4n_\lambda^2\kappa_\lambda^2} \end{array}\right\}}.$$

Здесь D_P — степень поляризации лучистого потока, ξ — угол наклона электрического вектора электромагнитной волны к плоскости падения, β — угол между нормалью к микроплощадке и плоскостью падения.

Определенные трудности практического применения представленной выше модели $R(\gamma_B)$ связаны с достаточно скудными справочными данными о спектральных зависимостях коэффициентов преломления n_λ и поглощения κ_λ покрытий конструкционных материалов [17]. Коэффициент преломления лакокрасочного покрытия (ЛКП) удаётся оценить с помощью измерения для различных углов падения степени поляризации лучистого потока в направлении зеркального отражёния. Наибольшая степень поляризации отраженного потока имеет место при угле падения Брюстера, тангенс которого определяет приемлемую для практики оценку коэффициента преломления ЛКП [1, с. 13, 29].

3. ЗАТЕНЕНИЕ И МАСКИРОВКА МИКРОПЛОЩАДОК

При «скользящих» углах падения и наблюдения ψ, $\theta \to \pi/2$ отражённый поток заметно ослабляется за счёт затенения (относительно излучателя) и маскировки (относительно приёмника) микроплощадки её соседями. Этот эффект учитывают коэффициентом ослабления потока, который авторы статьи [14] определяют, как отношение незатеняемой и немаскируемой части площади микрограни к её общей площади. В работе [18] оценки вероятности $P(\psi_B, \theta, \varphi)$ отсутствия затенения и маскировки лучей получены методами теории выбросов случайных процессов в сечениях статистически неровной поверхности образца плоскостями падения и наблюдения.

Для последующего эффективного применения полученных теоретических оценок в комплексе имитационного цифрового моделирования индикатрису $P(\psi_B, \theta, \varphi)$ аппроксимируют выражением, структура которого определяется правилом

$$P(\psi_B,\theta,\varphi) = \\ = P_S P_M + C_{SM}\sqrt{P_S P_M (1-P_S)(1-P_M)} \quad (3)$$

вычисления вероятности совместных событий отсутствия затенения (Shadowing — S) и маскировки (Masking — M). В работе [1, с. 22] предложены простые параметрические модели для вероятностей P_S и P_M этих событий, а также коэффициента их корреляции C_{SM}, адекватные теоретическим оценкам [18]

$$P_S = \frac{1}{1+d_P(\alpha_B)\mathrm{tg}^2\psi_P},$$

$$P_M = \frac{1}{1+d_P(a_B)\mathrm{tg}^2\theta_P},$$

$$C_{SM} = \frac{1}{1+\sigma_C \mathrm{tg}|\gamma_P|},$$

где

$$|\gamma_P| = |\psi_P - \theta_P|/2,$$

$$d_P(\alpha_B) = \sigma_P\left\{1+\frac{u_P\sin\alpha_B}{\sin\alpha_B + \upsilon_P\cos\alpha_B}\right\}.$$

Основой указанных моделей послужил одномерный микрорельеф шероховатой поверхности, рассмотренный в [14]. Нормали к плоским фацетам рельефа случайным образом распределены в плоскости образованной нормалями к образцу и микроплощадке (рис. 2). Углы ψ_P, θ_P, γ_P представляют собой сферические проекции углов ψ, θ, γ на указанную выше плоскость. В перпендикулярном направлении рельеф обладает параллельной симметрией.

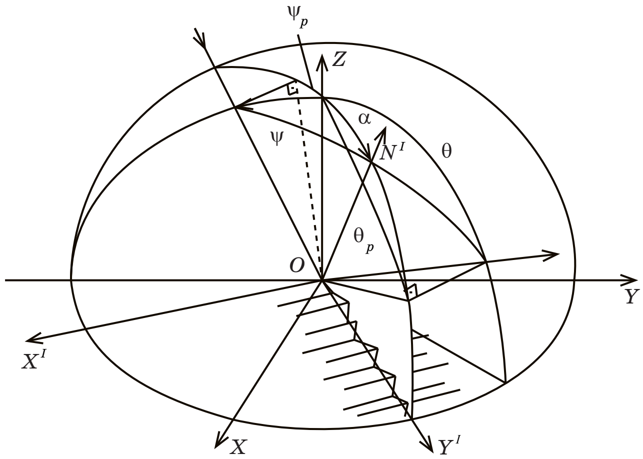

Рис. 2. Модель микрорельефа.

С учётом введённого выше параметра смещения ψ_B соответствующие тригонометрические функции вычисляют по формулам

$$\mathrm{tg}|\gamma_P| = \frac{|\cos\psi_B - \cos\theta|}{2\sin\alpha_B\cos\gamma_B},$$

$$\mathrm{tg}\psi_P = \frac{\sin\psi_B + \sin\theta\cos\varphi}{2\sin\alpha_B\cos\gamma_B}\mathrm{tg}\psi_B,$$

$$\mathrm{tg}\theta_P = \frac{\sin\theta + \sin\psi_B\cos\varphi}{2\sin\alpha_B\cos\gamma_B}\mathrm{tg}\theta.$$

Числовые значения параметров σ_C, σ_P, u_P, υ_P минимизируют средний квадрат ошибки аппроксимации теоретических оценок [18].

4. ДИФФУЗНАЯ КОМПОНЕНТА ИНДИКАТРИСЫ

Диффузная составляющая индикатрисы обусловлена многократными отражениями лучистого потока микрогранями покрытия, а также рассеянием в его слое, что приводит к деполяризации оптического излучения. Иными словами, диффузная компонента практически не зависит от состояния поляризации падающего потока. Анализ экспериментальных данных гониофотометрических измерений показал, что закон Ламберта не обеспечивает необходимую точность аппроксимации диффузной составляющей индикатрисы для некоторых типов покрытий конструкционных материалов. Этот факт демонстрирует зависимость экспериментальных значений двунаправленного коэффициента яркости (BiDirectional Reflectance — BDR) $I_{\mathrm{rel}}^{\mathrm{dat}}(\theta)/\cos\theta$ от угла наблюдения θ (рис. 3). Здесь $I_{\mathrm{rel}}^{\mathrm{dat}}(\theta)$ — относительная индикатриса силы

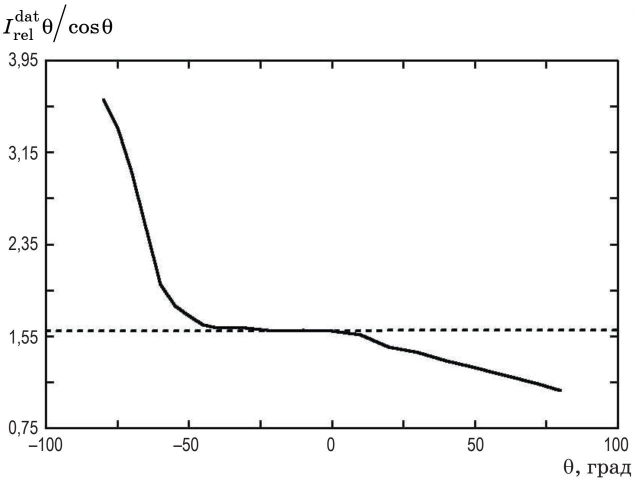

Рис. 3. Значимые ошибки аппроксимации законом Ламберта.

света $I_{\rm rel}$ (ψ, θ, φ) одного из образцов ЛКП, измеренная в плоскости падения φ = 0° для угла ψ = 60° и длины волны облучения λ = 1,04 мкм.

Линейная аппроксимация (1,5978 + 0,0000540) указанной индикатрисы в диапазоне углов −40°≤ θ ≤ 0° изображена пунктирной прямой. Значимая степень отклонения данных от этого практически постоянного уровня в диапазоне углов наблюдения 20° ≤ θ ≤ 80° подтверждает низкую точность приближения диффузной компоненты законом Ламберта.

Приемлемую точность описания обеспечивает параметрическая модель эллипсоида вращения, одна из осей которого совпадает с нормалью к образцу (ось z на рис. 2)

$$S_{(+)}(\alpha_D,\sigma_D)=\frac{\sigma_D^2\cos\alpha_D}{1+\left(\sigma_D^2-1\right)\cos^2\alpha_D},$$

$$\cos\alpha_D=\frac{\cos(2\Delta\theta)+\cos(2\theta)}{2\cos\gamma_D},$$

$$\cos\gamma_D=$$
$$=\sqrt{\left\{1+\cos(2\Delta\theta)\cos(2\theta)+\sin(2\Delta\theta)\sin(2\theta)\cos\varphi\right\}/2},$$

где σ_D — параметр масштаба, задающий величину угловой расходимости диффузной-рассеянной составляющей индикатрисы, Δθ — параметр смещения максимума диффузной компоненты относительно вектора нормали к образцу покрытия. Символ (+) означает операцию обнуления отрицательных величин функции, если таковые имеют место.

Важно отметить, что значения $\sigma_D = 1$ и Δθ = 0° определяют S (α_D, σ_D), как частный случай ламбертовской индикатрисы, поскольку $\cos\alpha_D = \cos\theta$. Для плоскости падения (φ = 0°, рис. 1) в соответствии с тригонометрическими тождествами получим $\cos\alpha_D = \cos(\theta + \Delta\theta)$. Иными словами, отрицательные значения параметра Δθ < 0 смещают максимум диффузно-рассеянной составляющей индикатрисы в область положительных величин угла наблюдения. В противном случае Δθ > 0 максимум смещается в область отрицательных величин θ.

5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Точность аппроксимации результатов измерений в плоскости падения φ = 0° относительной индикатрисы силы света $I_{\rm rel}^{\rm dat}(\psi,\theta)$ и соответствующего ей коэффициента яркости $r_{\rm dat}(\psi,\theta) = I_{\rm rel}^{\rm dat}(\psi,\theta)/\cos\theta$ модифицированными параметрическими моделями (1) и (2) исследовалась для различных типов ЛКП конструкционных материалов в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах спектра неполяризованного ($D_P = 0$) оптического излучения. Поиск оптимальных параметров $\mathbf{U} = (w_B, \Delta\psi, \sigma_B, w_D, \Delta\theta, \sigma_D)$ моделей выполнялся с помощью алгоритма деформируемого многогранника Нелдера–Мида [19] по критерию минимума относительного среднего квадрата ошибки (СКО)

$$\mathrm{MSE}\left(\mathbf{U}|\psi\right)=\sqrt{\frac{\sum\limits_{m=1}^{M}\left\{I_{\rm rel}^{\rm dat}(\psi,\theta_m)-I_{\rm rel}(\psi,\theta_m)\right\}^2}{\sum\limits_{m=1}^{M}\left\{I_{\rm rel}^{\rm dat}(\psi,\theta_m)\right\}^2}} \qquad (4)$$

аппроксимации экспериментальных данных. Здесь M — количество измерений для текущего угла падения ψ.

В качестве примера в табл. 1 приведены оптимальные значения параметров модели (2) коэффициента яркости r(ψ, θ) и относительного СКО для двух углов падения одного из образцов ЛКП.

Графики на рис. 4 и 5 иллюстрируют закономерности трансформации направленно- и диффузно-рассеянной компонент индикатрисы коэффициента яркости r(ψ, θ, φ) этого образца в плоскости падения φ = 0° по мере изменения угла падения ψ лучистого потока.

Сравнение графиков на рис. 4 и 5, а также параметров модели (2) показывает, что индикатриса коэффициента яркости слабо зависит от длины волны λ в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах спектра оптического излучения. Иными словами, зависимость абсолютных значений индикатрисы I(ψ, θ, φ) от длины волны в основном определяется спектральными зависимостями коэффициента преломления n_λ ЛКП и индикатрисы силы света в направлении зеркального отражения I (ψ, −ψ, 0).

Оптимальные значения параметров модели (1) относительной индикатрисы силы света $I_{\rm rel}$ (ψ, θ) выбранного образца ЛКП в зависимости от угла падения сведены в табл. 2. Наименьшие значения относительного СКО указаны в левой колонке фи-

Таблица 1. Параметры модели коэффициента яркости

ψ, град	w_B	Δψ, град	σ_B	w_D	Δθ, град	σ_D	M	MSE, %
				λ = 0,91 мкм				
60	1,76	5,5	0,22	1,59	0	0,85	22	2,94
70	1,5	5	0,1	0,55	2,6	1,0	34	5,07
				λ = 1,04 мкм				
60	1,8	5,5	0,2	1,59	0,8	0,85	24	2,64
70	1,27	5	0,096	0,52	2,6	1,0	29	4,94

Таблица 2. Зависимость параметров модели силы света от угла падения

ψ, град	w_B	Δψ, град	σ_B	w_D	Δθ, град	σ_D	M	MSE, %	
0	2,439	50	0,250	1,050	−9	0,820	22	5,63	5,63
10	0,963	29	0,100	1,019	0	0,950	23	1,72	5,59
20	0,852	20	0,175	1,068	0	0,925	24	2,18	4,04
30	1,023	17	0,120	1,203	−1	0,900	24	1,87	1,97
40	0,574	15	0,120	1,390	0	0.900	24	2,21	2,21
50	0,668	12	0,082	1,644	1	0,920	24	1,97	3.00
60	1,054	9	0,100	1,596	5	0,900	24	3,76	3,76
70	1,427	5	0,095	0,501	3	0,950	29	4,49	4,49

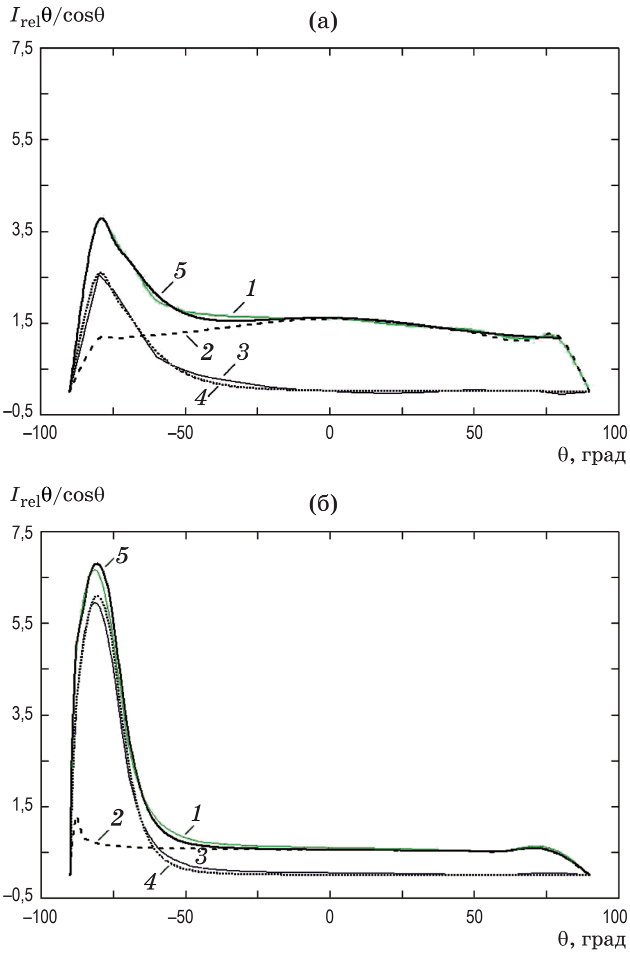

Рис. 4. Трансформации коэффициента яркости на длине волны λ = 0,91 мкм. *1* — эксперимент; *2* — модель диффузной компоненты; *3* и *4* — направленная компонента и её модель; *5* — модель коэффициента яркости.

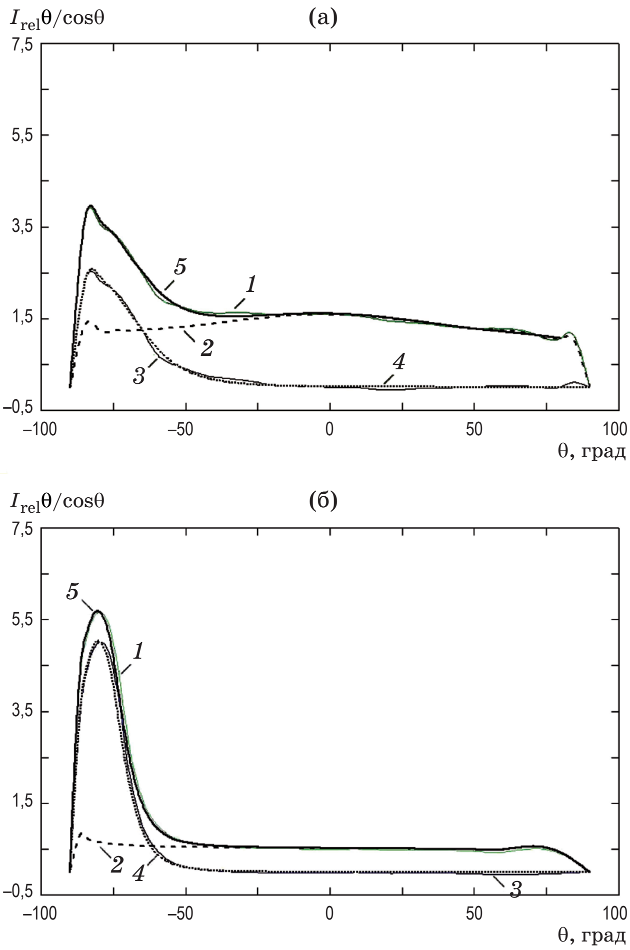

Рис. 5. Трансформации коэффициента яркости на длине волны λ = 1,04 мкм. *1* — эксперимент; *2* — модель диффузной компоненты; *3* и *4* — направленная компонента и её модель; *5* — модель коэффициента яркости.

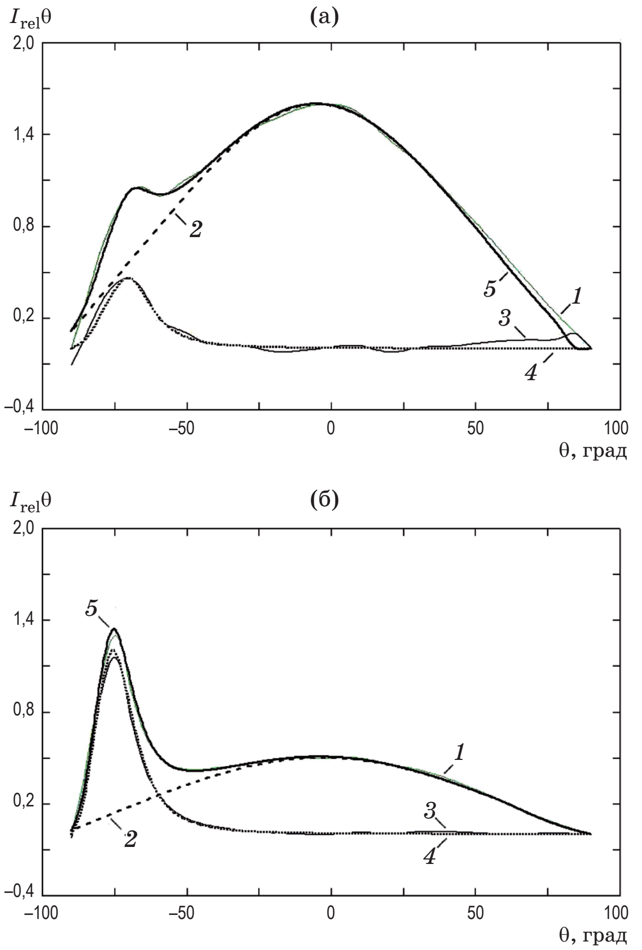

Рис. 6. Трансформации силы света на длине волны $\lambda = 1{,}04$ мкм. *1* — эксперимент; *2* — модель диффузной компоненты; *3* и *4* — направленная компонента и ее модель; *5* — модель относительной индикатрисы.

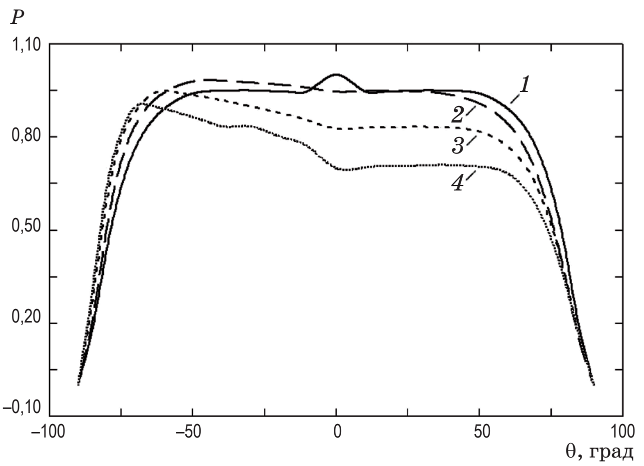

Рис. 7. Индикатрисы вероятности отсутствия затенения и маскировки: *1* — $\psi = 0°$; *2* — $\psi = 30°$; *3* — $\psi = 50°$; *4* — $\psi = 60°$.

нального столбца таблицы. Данные соответствуют длине волны облучения $\lambda = 1{,}04$ мкм.

Графики на рис. 6 иллюстрируют закономерности трансформации направленно- и диффузно-

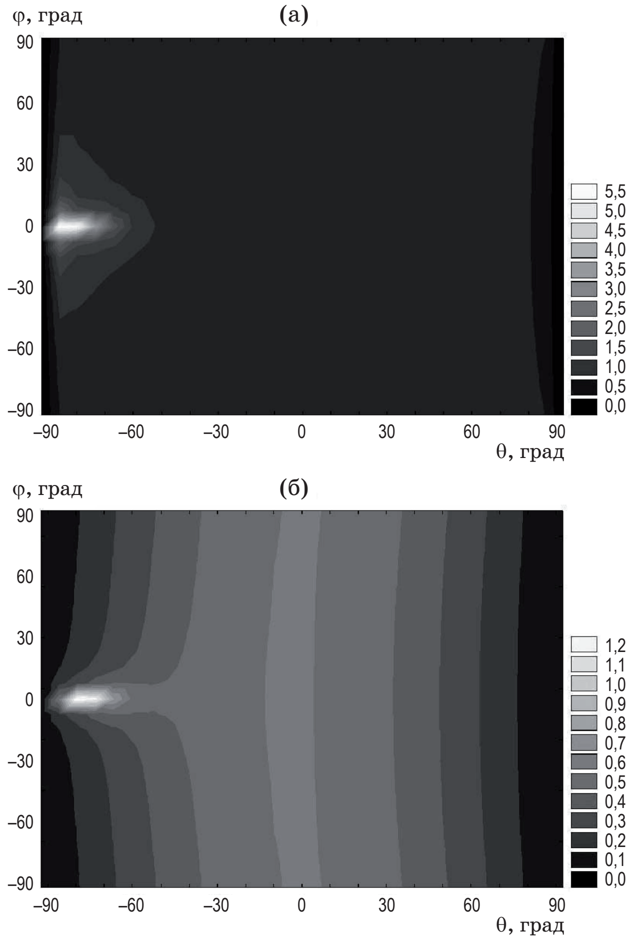

Рис. 8. Пространственные модели индикатрис коэффициента яркости (а) и силы света (б).

рассеянной компонент относительной индикатрисы силы света по мере изменения угла падения ψ лучистого потока.

Важно отметить, что параметрическая модель (3) обеспечивает конечное значение предела при ψ, $\theta \to \pi/2$ для величины $P(\psi_B, \theta, \varphi)/\{\cos\psi \cos\theta\}$. Графики на рис. 7 иллюстрируют индикатрисы вероятности $P(\psi_B, \theta, \varphi)$ отсутствия затенения и маскировки микрограни её соседями для плоскости падения $\varphi = 0°$.

Пространственные модели индикатрис коэффициента яркости $r(\psi, \theta, \varphi)$ и относительной индикатрисы силы света I_{rel} (ψ, θ, φ) образца ЛКП на длине волны $\lambda = 1{,}04$ мкм для угла падения $\psi = 70°$ (см. табл. 1 и 2) представлены на рис. 8.

Также отметим, что программное обеспечение системы геометрического моделирования антропогенных 3D объектов обеспечивает расчёт необходимых тригонометрических функций с достаточно малыми вычислительными затратами.

6. РЕГУЛЯРИЗОВАННАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНДИКАТРИСЫ

Результаты оптимизации демонстрируют достаточно сложные зависимости параметров u_1, ..., u_6 модели индикатрисы силы света от косинуса угла падения ψ зондирующего излучения для различных типов ЛКП конструкционных материалов в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах спектра (см. табл. 2). Более того, как показали вычислительные эксперименты, изменения этих параметров могут приводить к значительному увеличению относительной СКО аппроксимации экспериментальных данных. В этой связи, рациональной основой для формирования регрессионных зависимостей параметров индикатрисы от косинуса угла падения является принцип регуляризации Тихонова–Филипса. Смысл этого принципа сводится к выбору компромисса между «сложностью» кусочно-полиномиальных регрессионных моделей $q_{1j}(b)$,..., $q_{6j}(b)$ для параметров индикатрисы и приемлемо малыми относительными СКО аппроксимации экспериментальных данных. Здесь $b_j = \cos\psi_j$, $j = 1, 2, ..., 8$, а ψ_j — углы падения, реализованные в экспериментальных измерениях.

Простой и, вместе с тем, удобной для реализации принципа регуляризации является сохраняющая форму (shape-preserving) кусочно-кубическая интерполяция полиномами Эрмита [20]

$$q_{kj}(b)=\frac{3h_j a^2-2a^3}{h_j^3}b_{j+1}+\frac{h_j^3-3h_j a^2+2a^3}{h_j^3}b_j+$$
$$+\frac{a^2\left(a-h_j\right)}{h_j^2}d_{j+1}+\frac{a\left(a-h_j\right)^2}{h_j^2}d_j, \quad (5)$$

где $j = 1, 2, ..., 7$, $h_j = b_{j+1} - b_j$, $a = b - b_j$. Полиномы Эрмита (5) аппроксимируют зависимости параметров

$$w_B=u_1\approx q_{1j}(b),\quad \Delta\psi=u_2\approx q_{2j}(b),$$
$$\sigma_B=u_3\approx q_{3j}(b),\quad w_D=u_4\approx q_{4j}(b),$$
$$\Delta\theta=u_5\approx q_{5j}(b),\quad \sigma_D=u_6\approx q_{6j}(b),$$

индикатрисы силы света от косинуса угла падения на интервалах $b_j \le b \le b_{j+1}$.

Стандартным критерием «сложности» скрытых закономерностей является их гладкость в виде приемлемо малых значений суммы квадратов первых производных. В связи с этим отметим четыре важных свойства интерполянта Эрмита

- $q_{kj}(b_j) = u_{kj}$ и $q_{k(j+1)}(b_{j+1}) = u_{k(j+1)}$ — равенство значений полиномиальной регрессии и скрытой закономерности в узлах интерполяции;
- $\partial q_{kj}(b_j)/\partial b = d_{kj}$ и $\partial q_{k(j+1)}(b_{(j+1)})/\partial b = d_{k(j+1)}$ — возможность выбора первых производных полиномиальной регрессии. Правила выбора значений d_{kj} и $d_{k(j+1)}$ для сохраняющей форму интерполяции Эрмита [20] обеспечивают достаточную гладкость аппроксимации закономерности на интервалах интерполяции.

В качестве меры «сложности» скрытой закономерности рационально выбрать критерий, подобный критерию, предложенному в [21]

$$\mathrm{CE}=\sqrt{\sum_{n=1}^{N}\Delta_{kn}^2},\quad \Delta_{kn}=q_k\left(c_{n+1}\right)-q_k\left(c_n\right),$$

а именно величину, пропорциональную сумме квадратов численных оценок первых производных $\delta_{kn} = N\Delta_{kn}$ регрессии (5). Здесь $N = 100$ — количество интервалов дискретизации косинуса угла падения $0 \le c \le 1$, $q_k(c_n)$ — значение интерполянта Эрмита (5) для отсчёта $c_n = (n - 1)/N$. Этот критерий имеет интуитивно понятный смысл, поскольку пропорционален оценке длины

$$L_k=\sum_{n=1}^{N}l_{kn},\quad l_{kn}=\sqrt{\Delta_{kn}^2+\frac{1}{N^2}} \quad (6)$$

графика кривой $u_k = q_k(c_n)$. Иными словами, чем «сложнее» закономерность, тем длиннее будет её кривая.

Предлагаются следующие критерии регуляризации кусочно-полиномиальной регрессии:

- умеренное увеличение СКО аппроксимации экспериментальных данных (правая колонка финального столбца табл. 2) для регрессионных моделей по сравнению с аналогичными ошибками для нерегуляризованной модели индикатрисы (левая колонка финального столбца табл. 2);
- приемлемая «сложность» интерполянта Эрмита (5) по критерию (6);
- тенденции поведения полиномов в зависимости от косинуса угла падения должны быть физически интерпретируемыми.

Для последующего анализа необходимо различать два пространства. Первое — это пространство $\mathbf{U}(u_1, ..., u_6)$ параметров индикатрисы. Второе — это пространство, определенное вектором $\mathbf{Q}_k = (q_{k1}, ..., q_{k8})^T$ значений k-го параметра модели (1), например первого w_B (второй столбец табл. 2), соответственно для углов падения ψ_1, ..., ψ_8. В пространстве $\mathbf{U}$ выполняют покоординатный поиск, последовательно анализируя указанные выше параметры.

Поиск оптимальных значений k-го параметра индикатрисы реализуют в пространстве $\mathbf{Q}_k$ по критерию минимума агрегированного критерия относительных средних потерь

$$D\left(\mathbf{Q}[i]\right)=D_1\left(\mathbf{Q}[i]\right)+CD_2\left(\mathbf{Q}[i]\right),$$

$$D_1\left(\mathbf{Q}[i]\right)=\frac{\sum\limits_{j=1}^{8}\left(\mathrm{MSE}_j[i]-\mathrm{MSE}_j[0]\right)}{\sum\limits_{j=1}^{8}\mathrm{MSE}_j[0]},$$

$$D_2\left(\mathbf{Q}[i]\right)=\sum_{k=1}^{6}\frac{L_k[i]-L_k[0]}{L_k[0]},\quad L_k[i]=\sum_{n=1}^{N}l_{kn}[i],$$

где $i=0, 1, 2, \ldots$ — номер итерации поиска; $\mathbf{Q}[i]$ = $[\mathbf{Q}_1[i]|...|\mathbf{Q}_6[i]]$ — блочная матрица, j-я строка которой содержит параметры индикатрисы для угла падения ψ_j; $\mathbf{Q}_k$ $[i]$ — вектор-столбец значений k-го параметра индикатрисы для углов падения ψ_1,..., ψ_8, т.е. узлы интерполянта (5), корректируемые на i-ой итерации; $l_{kn}[i]$ — длина n-го сегмента интерполянта для k-го параметра индикатрисы на i-ой итерации; $C \geq 0$ — вес предпочтения критерия «сложности».

В качестве начального приближения $\mathbf{Q}_k$ [0] выбирают опорный вектор $(u_{k1}, ..., u_{k8})^T$, т.е. текущий столбец табл. 2 со второго по седьмой включительно. Соответственно $l_{kn}[0]$ — длина n-го сегмента интерполянта Эрмита для k-го опорного вектора. Очевидно, что начальное значение агрегированного критерия относительных средних потерь тождественно равно нулю. Поэтому оптимальное значение критерия должно быть отрицательным, что логично интерпретировать как приобретения.

Важно отметить, что каждая строка блочной матрицы $\mathbf{Q}[0]$ обеспечивает (по мнению эксперта) значимый минимум MSE $_j$ [0] критерия (4) для соответствующего угла падения ψ_j. Иными словами, $D_1(\mathbf{Q})$ — это штраф за неприемлемо большое увеличение относительных СКО кусочно-кубической интерполяции Эрмита по сравнению с опорным вектором. В пространстве $\mathbf{Q}_k$ опорный вектор может не гарантировать минимум агрегированного критерия средних потерь. Вторая компонента $D_2(\mathbf{Q})$ этого критерия решает эту проблему, поскольку штрафует за «сложность» кусочно-кубической регрессии.

Поиск значений $\mathbf{Q}_k$ кусочно-кубической регрессии (5) для k-го параметра модели (1) оптимальных по критерию минимума агрегированных средних потерь выполнялся с помощью алгоритма деформируемого многогранника Нелдера–Мида. Регуляризованные значения узлов интерполянтов Эрмита, т.е. параметры модели относительной индикатрисы силы света на длине волны λ = 1,04 мкм выбранного образца ЛКП сведены в табл. 3.

Соответствующие величины относительных СКО, представленные в правой колонке финального столбца табл. 2, демонстрируют приемлемое увеличение ошибок аппроксимации экспериментальных данных по сравнению с нерегуляризованой моделью. Финальные потери и приобретения, реализованные в результате поиска компромиссных значений для узлов интерполянтов (5), составили $D_1(\mathbf{Q})$ = 0,288 и $D_2(\mathbf{Q})$ = −0,285. Соответственно $D(\mathbf{Q}) = -0{,}282$ для веса слабого предпочтения $C = 2$ по лингвистической шкале Томаса Саати.

Таблица 3. Регуляризованные узлы интерполянтов Эрмита

ψ, град	w_B	$\Delta\psi$, град	σ_B	w_D	$\Delta\theta$, град	σ_D
0	2,439	50	0,250	1,050	–9	0,820
10	0,963	29	0,213	1,059	–3	0,875
20	0,852	20	0,175	1,068	–2	0,925
30	0,713	17	0,120	1,203	–1	0,913
40	0,574	15	0,120	1,390	0	0,900
50	0,668	12	0,082	1,644	1	0,900
60	1,054	9	0,100	1,596	5	0,900
70	1,427	5	0,095	0,501	3	0,950

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представлены двухкомпонентные параметрические модели индикатрис силы света и коэффициента яркости излучения, рассеянного шероховатой поверхностью конструкционного материала. Структура моделей учитывает основные физические закономерности трансформации индикатрис в зависимости от состояния поляризации лучистого потока, спектральных характеристик оптических постоянных покрытия образца и условий его облучения-наблюдения, а также затенения и маскировки микрограни шероховатой поверхности её соседями. В рамках метода регуляризации Тихонова–Филипса выбрана модель относительных средних потерь, обеспечивающая компромисс между точностью аппроксимации экспериментальных данных и сложностью регрессионных зависимостей параметров индикатрис от косинуса угла падения. Вместе с тем, модели не требуют значительного объёма вычислений, что обеспечивает их эффективное применение в аппаратно программном комплексе имитационного цифрового моделирования изображений и входных сигналов оптико-электронных локационных систем различного назначения.

Авторы выражают благодарность кандидату технических наук Александру Дмитриевичу Решетко за многолетнее плодотворное сотрудничество и неоценимую помощь в проведении экспериментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Лабунец Л.В.* Цифровые модели изображений целей и реализаций сигналов в оптических локационных системах: Учеб. пособие. М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. 216 с.
2. *Гуревич М.М., Середенко М.М.* Спектрофотометрическая установка для измерения характеристик рассеивающих материалов в области 0,5–15 мкм // Оптико-механическая промышленность. 1975. № 2. С. 31–37.
3. *Мазуренко М.М., Скрелин А.Л., Топорец А.С.* Регистрирующая гониоспектрофотометрическая установка с высоким угловым разрешением для видимой и ультрафиолетовой области спектра // Оптико-механическая промышленность. 1977. № 6. С. 26–33.
4. *Топорец А.С.* Оптика шероховатой поверхности. Л.: Машиностроение, 1988. 191 с.
5. *Непогодин И.А., Мальчонок К.И., Тиранов Д.Т., Невзоров В.А.* Гониофотометр для исследования двунаправленных отражательных характеристик материалов // Оптико-механическая промышленность. 1984. № 3. С. 19–24.
6. *Torrance K.E., Sparrow E.M., Birkebak R.C.* Polarization, directional distribution and off- specular peak phenomena in light reflected from roughened surfaces // JOSA. 1966. V. 56. № 7. P. 916–925.
7. *Cook R.L., Torrance K.E.* A reflectance model for computer graphics // Computer Graphics (SIGGRAPH ‘81 Proceedings). 1981. V. 15. № 3. P. 301–316
8. *He X.D., Torrance K.E., Sillon F.X., Greenberg D.P.* A comprehensive physical model for light reflection // Computer Graphics (SIGGRAPH ‘91 Proceedings). 1991. V. 25. № 4. P. 175–186.
9. *Nayar S.K., Oren M.* Generalization of the Lambertian model and implications for machine vision // International Journal on Computer Vision. 1995. V. 14. № 3. P. 227–251.
10. *Басс Ф.Г., Фукс И.М.* Рассеяние волн на статистически неровных поверхностях. М.: Наука, 1972. 424 с.
11. *Лабунец Л.В.* Математическое и физическое моделирование переходных характеристик 3D объектов в однопозиционной системе оптической локации // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 3. С. 308–321.
12. *Лабунец Л.В., Анищенко Н.Н.* Структурный анализ переходных характеристик 3D объектов в однопозиционной системе оптической локации // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56. № 2. С. 163–177.
13. *Лабунец Л.В.* Цифровое моделирование оптических отражательных характеристик целей в режиме реального времени: Учеб. пособие. М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. 211 с.
14. *Torrance K.E., Sparrow E.M.* Theory for off-specular reflection from roughened surfaces // JOSA. 1967. V. 57. № 9. P. 1105–1114.
15. *Полянский В.К., Рвачев В.П.* Рассеяние света при отражении от статистически распределенных микроплощадок: дифракционное рассмотрение // Оптика и спектроскопия. 1967. Т. 22. Вып. 2. С. 279–287.
16. *Пришивалко А.П.* Отражение света от поглощающих сред. Минск: АН БССР, 1963. 432 с.
17. *Миснар А.* Теплопроводность твердых тел, жидкостей, газов и их композиций. Пер. с фр. М.: Мир, 1968. 464 с.
18. *Лабунец Л.В.* Интерполяционное приближение вероятности затенений луча шероховатой поверхностью // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 4. С. 464–470.
19. *Baudin M.* Nelder-mead user’s manual. Consortium Scilab-Digiteo, 2010. 117 p. URL: https://www.scilab.org/sites/default/files/neldermead.pdf
20. *Fritsch F.N., Carlson R.E.* Monotone piecewise cubic interpolation // SIAM Journal on Numerical Analysis. 1980. V. 17. P. 238–246.
21. *Gustavo E.A.P.A. Batista, Eamonn J. Keogh, Oben Moses Tataw, Vinícius M.A. de Souza.* CID: an efficient complexity-invariant distance for time series // Data Mining and Knowledge Discovery. 2014. V. 28. № 3. P. 634–669.